Esercizio 1
Data una variabile casuale X uniforme su [-3,5], calcolare la funzione di densitaà di probabilitaà della variabile

$$Y = \begin{cases} \text{tri}(X) + 2\text{rect}\left(X - \frac{3}{2}\right) & X \geq -1 \\ X & X < -1 \end{cases} \tag{1}$$

a) Mediante il metodo delle funzione di distribuzione.

b) mediante il metodo della funzione di densità di probabilitaà.

Esercizio 2
Data la variabile casuale T avente funzione di densità di probabilità

$$f_T(\tau) = \frac{1}{2}\text{tri}\left(\frac{\tau}{2}\right). \tag{2}$$

a) Convertirla in una variabile casuale U uniforme su [0,1]

b) Convertire la variabile casuale U in una variabile casuale G gaussiana $\sim N(0;1)$

c) per passare da T a G, quale è l'espressione della legge di traformazione $G = g(T)$?

Esercizio 3
a) Calcolare in riferimento all'esercizio 1, il valore atteso $E[Y]$.

b) Verificare la validità del teorema fondamentale del valor medio rifacendo il calcolo precedente utilizzando la funzione di densità di probabilitaà della variabile casuale Y.

c) Calcolare la varianza della variabile casuale $D = \frac{T}{2} + 1$, dove T è la variabile casuale avente funzione di densitàa di probabilità $f_T(\tau)$ definita nell'esercizio precedente.

d) In applicazione della disuguaglianza di Tchebycheff quale è il più piccolo valore di ε per il quale l'applicazione della disuguaglianza porta ad un'informazione utile per la variabile casuale T?

e) Utilizzando la funzione caratteristica $\phi_T(\omega)$ della variabile casuale T, calcolare l'espressione dei momenti di ordine n, $E[T^n]$.

f) Che relazione esiste tra la funzione caratteristica della variabile casuale T, $\phi_T(\omega)$, e quella della variabile casuale D (definita al precedente punto c), $\phi_D(\omega)$