Compito 17: Processi stocastici – Statistiche, Stazionarietà ed ergodicità
Teoria dei Segnali

Esercizio 1
Si consideri l'esperimento del lancio di un dado romboidale perfettamente equilibrato a 4 facce numerate da 1 a 4.
Si costruisca il processo stocastico formato da realizzazioni sinusoidali a fase casuali $2\pi/k$ dove k corrisponde al valore dell'esito del lancio del dado romboidale.

a) Disegnare tutte le realizzazioni possibili del processo stocastico;
b) Calcolare il valore medio del processo;
c) Calcolare la statistica del I ordine del processo;
d) Trattasi di un processo stocastico stazionario in senso stretto relativamente alla statistica del I ordine?
e) Trattasi di un processo stocastico stazionario in senso lato relativamente alla statistica del I ordine?
f) Trattasi di un processo stocastico ergodico in senso lato relativamente alla statistica del I ordine del processo?
g) Trattasi di un processo stocastico ergodico in senso stretto relativamente alla statistica del I ordine del processo?

Come cambierebbero le risposte precedenti qualora il dado romboidale non forse perfettamente equilibrato (i.e. le probabilità di osservare un determinato esito per ciascun lancio sono differenti) ?

Esercizio 2
Si consideri sempre l'esperimento precedente: lancio di un dado romboidale perfettamente equilibrato a 4 facce numerate da 1 a 4.
Si costruisca il processo stocastico formato da realizzazioni sinusoidali a fase casuali $2\pi/k$ dove k corrisponde al valore dell'esito del lancio del dado romboidale.

a) Calcolare la funzione di autocorrelazione di ciascuna delle realizzazioni;
b) Calcolare la funzione di autocorrelazione del processo;
c) Trattasi di un processo stocastico ergodico in senso lato relativamente alla statistica del II ordine?
d) Si poteva rispondere a tale domanda senza effettuare il calcolo al punto b)

e) [FACOLTATIVO] Calcolare la densità spettrale di potenza del processo.