

Compito 19: Sistemi di elaborazione
Filtraggi di processi e segnali / Modulazione AM
Teoria dei Segnali

Esercizio 1

Siano due processi sinusoidali $X_1(t,s)$ e $X_2(t,s)$ a fase casuale, rispettivamente, di frequenze f_1 e f_2 in rapporto razionale tra di loro, ampiezze A_1 e A_2 , e fasi $\theta_1(s)$ e $\theta_2(s)$ (uniformemente distribuite su ciascun periodo) statisticamente indipendenti tra di loro. Essi vengono sommati producendo il processo $X(t,s)$.

- a) Caratterizzare il processo $X(t,s)$ in termini di stazionarietà (in senso lato relativamente alla statistica del I e II ordine)?
- b) Caratterizzare il processo $X(t,s)$ in termini di ergodicità (in senso lato relativamente alla statistica del I e II ordine)?

Esercizio 2

Il processo somma $X(t,s)$ definito nell'esercizio 1 viene filtrato in maniera LTI:

- a) Proporre la risposta all'impulso $h(t)$ del sistema che produca in uscita solo il processo $X_2(t,s)$;
- b) Immaginando che non si conosca $h(t)$, precisare con quale procedura si possa ricavarla sommando a $X(t,s)$ un altro processo $N(t,s)$ stazionario di tipo AWGN.
- c) Caratterizzare statisticamente in maniera completa la versione filtrata del processo $N(t,s)$ con lo stesso sistema LTI.

Esercizio 3

Il processo $X_1(t,s)$ definito nell'esercizio 1 entra in un sistema diodo (relazione ingresso-uscita: $y(t) = x(t)$ se $x(t) \geq 0$, $y(t) = 0$ altrimenti), producendo un processo $U(t,s)$ in uscita.

- a) Descrivere le proprietà del sistema diodo in termini di linearità, memoria, causalità, tempo-invarianza, e stabilità;
- b) Caratterizzare spettralmente il processo $U(t,s)$;
- c) Le caratteristiche di $U(t,s)$ sono sufficienti per la caratterizzazione del sistema diodo in termini di distorsione armonica (in caso affermativo precisare l'espressione di tale distorsione armonica);
- d) Le caratteristiche di $U(t,s)$ sono sufficienti per la caratterizzazione del sistema diodo in termini di distorsione di intermodulazione (in caso affermativo precisare l'espressione di tale distorsione di intermodulazione);

Esercizio 4

Si ipotizzi il processo PAM $Y(t,s)$ definito nell'esercizio 2 eventi ampiezze $A_k(s)$ binarie $\{1,-1\}$ con probabilità rispettive $\{1/3;2/3\}$ viene filtrato con un filtro LTI avente risposta all'impulso pari a $p(t)$.

- a) Disegnare un paio di realizzazioni del processo $Y(t,s)$ e della sua versione filtrata, denominata $V(t,s)$;
- b) Caratterizzare in senso lato relativamente alle statistiche del I e II ordine i processi $Y(t,s)$ e $V(t,s)$;
- c) Calcolare la statistica del I ordine dei processi $Y(t,s)$ e $V(t,s)$;
- d) Proporre un metodo per recuperare $Y(t,s)$ da $V(t,s)$

Esercizio 5

Il processo $X_1(t,s)$ definito nell'esercizio 1 moltiplica un processo PAM $Y(t,s)$ con impulsi di forma rettangolare $p(t) = \text{rect}(t/T)$ per $t \in [0, T]$ con T tempo di simbolo, ampiezze iid ed indipendenti dalla fase distribuita uniformemente su T . Si ipotizzi $f_1 \gg T^{-1}$, e la fase del processo $Y(t,s)$ indipendente da quella del processo a fase sinusoidale $X_1(t,s)$.

- a) Disegnare un paio di realizzazioni del processo $Z(t,s) = X_1(t,s) \cdot Y(t,s)$
- b) Caratterizzare spettralmente tale processo $Z(t,s)$;
- c) Proporre un sistema che recuperi il processo $Y(t,s)$ a partire dal processo $Z(t,s)$;
- d) Se al processo $Z(t,s)$ si somma un segnale di rumore AWGN, cosa succede allo spettro del processo risultante?