Esercizio 1

a) Calcolare la distanza in norma L_2 tra i segnali impulso triangolare $\text{tri}(t)$ e l'impulso gaussiano $\text{ig}(t)$;

b) Graficare "astrattamente" nello spazio euclideo i due impulsi precedenti come due vettori, indicando l'angolo che formano tra di loro (da calcolare);

c) Dato un segnale $x(t)$ che ammette una norma L_p, se quest'ultimo viene riscalato (orizzontalmente) di un fattore T producendo $x\left(\frac{t}{T}\right)$, che legame esiste tra la sua norma L_P, $||x(t)||_p$ e quella del segnale riscalato $x\left(\frac{t}{T}\right)$, $||x\left(\frac{t}{T}\right)||_p$?

d) Mostrare che la norma L_p di un segnale, se esiste, non cambia se il segnale viene traslato.

Esercizio 2

a) Calcolare il prodotto scalare tra i segnali $x_1(t) = \text{sinc}(t)$ e $x_2(t) = \text{sinc}^2(t)$;

b) Calcolare il prodotto scalare tra i segnali $x_3(t) = A \cdot \cos(2\pi t)$ e $x_4(t) = B \cdot \sin(2\pi t)$;

c) Dati due segnali di potenza, descrivere il legame che esiste tra le loro potenze e la potenza della loro somma;

d) Costruire un segnale pari, a banda illimitata, ortogonale all'impulso triangolare e avente il suo stesso supporto temporale;

e) *[Facoltativo]* Data un'onda $q(t)$ periodica, pari, di forma quadra, a valor medio nullo, costruire un'altra onda $s(t)$ periodica di stesso periodo fondamentale di $q(t)$, anch'essa pari, composta da almeno due componenti sinusoidali e che sia ortogonale a $q(t)$.

Esercizio 3 *[Facoltativo]*

Mostrare che lo spazio dei segnali che ammettono trasformata di Fourier, munito dell'operatore di somma e dell'operazione di convoluzione lineare tra segnali, costituisce uno spazio vettoriale nel campo "dei segnali aventi trasformata di Fourier non nulla a supporto infinito munito degli operatori di somma e di convoluzione lineare". (Suggerimento: mostrare prima che i segnali aventi trasformata di Fourier non nulla a supporto infinito munito degli operatori di somma e di convoluzione lineare è un campo.)